



# Területi egyenlőtlenségek összetettebb mérési módszere

# Gini együttható (Gini-index)



- **Definíció:**
  - Minden megfigyelési egység többletől való átlagos eltérését viszonyítja az átlaghoz
- **Elnevezés: Corrado Gini**
  - olasz statisztikus, demográfus, társadalomkutató, közgazdász
  - 1912.: Variabilità e mutabilità
- **Általában a jövedelem és a jólét egyenlőtlenségének mérésére használják**
  - Használja az egészségügy, ökológia, vegyészet is

# Súlyozatlan Gini együttható

- Csak abszolút mutatóra számítható
- Képlete
  - $x_i$  = abszolút mutató  $i$  régióban
  - $x_j$  = abszolút mutató  $j$  régióban
  - $n$  = elemszám (régiók száma)
- Értékkészlete:  $0 \leq G \leq 1 - 1/n$ 
  - Minél nagyobb az értéke, annál nagyobb az egyenlőtlenség
- Mértékegysége: nincs (dimenziótlan)

$$G = \frac{\sum_i \sum_j |x_i - x_j|}{2xn^2}$$

# Súlyozatlan Gini együttható kiszámításának lépései

1. Mátrix készítése: felső és (bal) oldalsó keretében a vizsgált abszolút mutató
  - Fejléc: másolás → irányított beillesztés → transzponálás → értéket
2. Mátrix belsejének kitöltése: fejléc és oldalléc értékeinek egymásból kivonása, különbség abszolút értékbe tétele
  - \$ megfelelő használata: fejlécnél sorazonosító szám elé, oldallécnél oszlopazonosító betű elé)
  - Ha jó → mátrix átlójában 0 értékek szerepelnek
3. Mátrix összes elemének összegzése
4. Abszolút adatsor átlagának kiszámítása (függvényvarázsló - átlag)
5. Mátrix összegének elosztása a vizsgált adatsor ("sima") átlagával, az elemszám négyzetével, és 2-vel

# Súlyozatlan Gini együttható kiszámítása Excelben

	A	B	C	D	E	F
1		x	24	4	0	12
2	1	24	0 <small>=ABS(C\$1-\$B2)</small>	20	24	12
3	2	4	20	0	4	8
4	3	0	24	4	0	12
5	4	12	12	8	12	0
6		10 <small>=ÁTLAG(B2:B5)</small>	160 <small>=SZUM(C2:F5)</small>			
7	<b>Gini→</b>	<b>0,5</b> <small>=C6/(B6*A5^2*2)</small>				

# Súlyozatlan Gini együttható elméleti minimuma

	A	B	C	D	E	F
1		x	10	10	10	10
2	1	10	0 <small>=ABS(C\$2-\$B3)</small>	0	0	0
3	2	10	0	0	0	0
4	3	10	0	0	0	0
5	4	10	0	0	0	0
6		10 <small>=ÁTLAG(B2:B5)</small>	0 <small>=SZUM(C2:F5)</small>			
7	<b>Gini→</b>	0 <small>=C6/(B6*A5^2*2)</small>				

# Súlyozatlan Gini együttható elméleti maximuma (4 régió esetén)

	A	B	C	D	E	F
1		x	40	0	0	0
2	1	40	0 <small>=ABS(C\$2-\$B3)</small>	40	40	40
3	2	0	40	0	0	0
4	3	0	40	0	0	0
5	4	0	40	0	0	0
6		10 <small>=ÁTLAG(B2:B5)</small>	240 <small>=SZUM(C2:F5)</small>			
7	<b>Gini→</b>	<b>0,75</b> <small>=C6/(B6*A5^2*2)</small>				

# Súlyozott Gini együttható

- Csak fajlagos mutatóra számítható

- Képlete

- $y_i$  = fajlagos mutató i régióban
- $y_j$  = fajlagos mutató j régióban
- $f_i$  = súly i régióban
- $f_j$  = súly j régióban

- Értékkészlete:  $0 \leq G_s \leq 1 - f_{y_{\max}} / \Sigma f$

- Minél nagyobb az értéke, annál nagyobb az egyenlőtlenség

- Mértékegysége: nincs (dimenziótlan)

$$G_s = \frac{\sum_i \sum_j |y_i - y_j| f_i f_j}{2 \bar{y}_s \left( \sum_i f_i \right)^2}$$



# Súlyozott Gini együttható kiszámításának lépései

1. Mátrix készítése: 2 felső és 2 (bal) oldalsó keretében a vizsgált fajlagos mutató és a hozzátartozó súly
  - Fejléc: másolás → irányított beillesztés → transzponálás → értéket
2. Mátrix belsejének kitöltése: fejléc és oldalléc fajlagos értékeinek egymásból kivonása, különbség abszolút értékbe tétele, majd ennek megszorozása a fejlécben és az oldallécben szereplő súlyokkal
  - \$ megfelelő használata: fejlécnél sorazonosító szám elé, oldallécnél oszlopazonosító betű elé)
  - Ha jó → mátrix átlójában 0 értékek szerepelnek
3. Mátrix összes elemének összegzése
4. Fajlagos adatsor súlyozott átlagának kiszámítása
5. Mátrix összegének elosztása a vizsgált adatsor súlyozott átlagával, a súlyok összegének négyzetével, és 2-vel

# Súlyozott Gini együttható kiszámítása Excelben

	A	B	C	D	E	F	G
1			f	1	3,5	4,5	1
2	x	f	y	24	4	0	12
3	24 =C3*B3	1	24	0 =ABS(D\$2-\$C3)*D\$1*\$B3	70	108	12
4	14	3,5	4	70	0	63	28
5	0	4,5	0	108	63	0	54
6	12	1	12	12	28	54	0
7	50 =SZUM(A3:A6)	10 =SZUM(B3:B6)	5 =A7/B7	670 =SZUM(D3:G6)			
8		<b>Gini→</b>	<b>0,67</b> =D7/(C7*B7^2*2)				

**Súlyozott átlag számítás lépései:**

1. A oszlop:  $x = y * f$
2. A7 cella: x összeg
3. B7 cella: y összeg
4. C7 cella: súlyozott átlag = x összeg / y összeg

# Súlyozott Gini együttható elméleti minimuma

	A	B	C	D	E	F	G
1			f	1	3,5	4,5	1
2	x	f	y	10	10	10	10
3	10 =C3*B3	1	10	0 =ABS(D\$2-\$C3)*D\$1*\$B3	0	0	0
4	35	3,5	10	0	0	0	0
5	45	4,5	10	0	0	0	0
6	10	1	10	0	0	0	0
7	100 =SZUM(A3:A6)	10 =SZUM(B3:B6)	10 =A7/B7	0 =SZUM(D3:G6)			
8		<b>Gini→</b>	0 =D7/(C7*B7^2*2)				

## Súlyozott átlag számítás lépései:

1. A oszlop:  $x = y * f$
2. A7 cella: x összeg
3. B7 cella: y összeg
4. C7 cella: súlyozott átlag = x összeg / y összeg

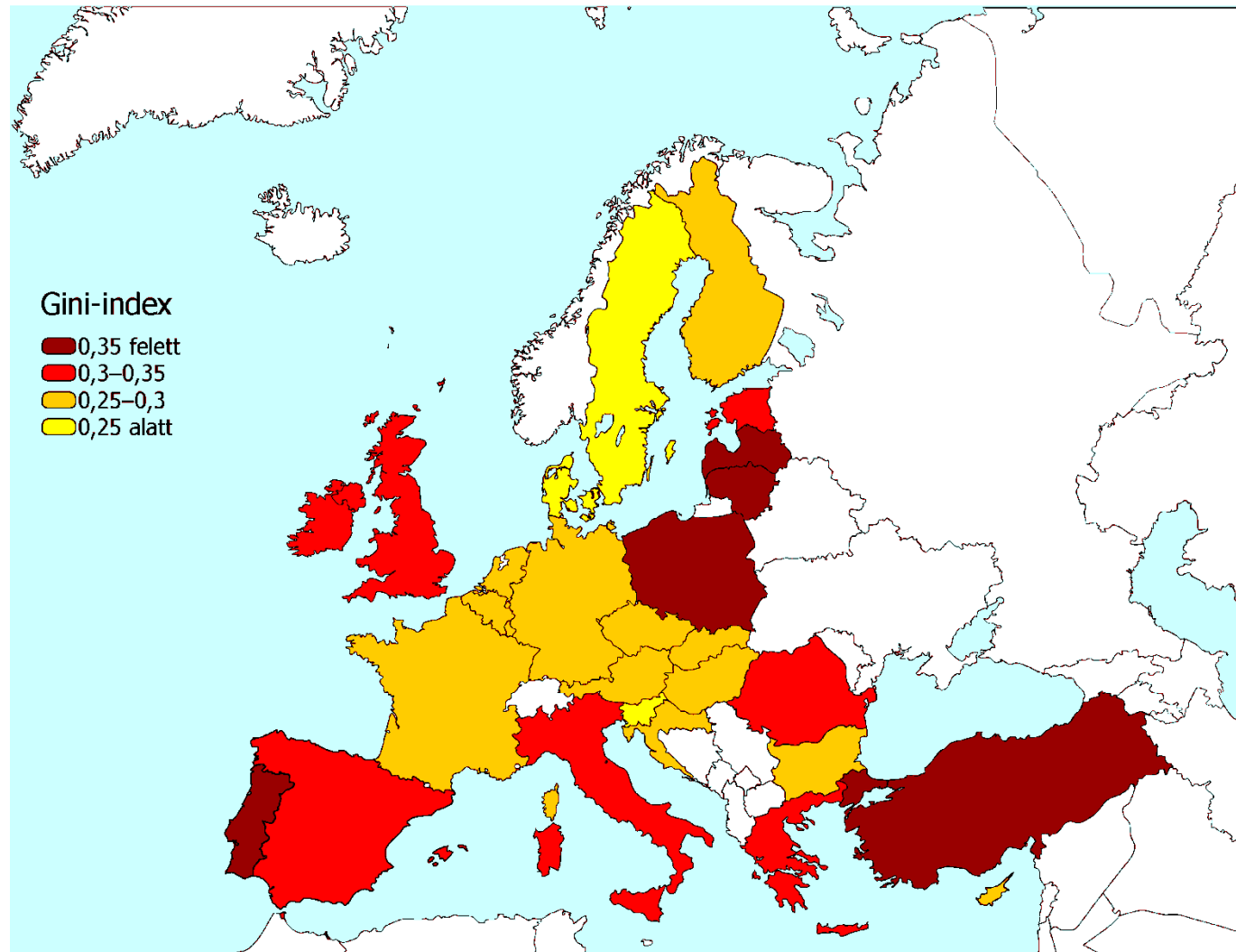
# Súlyozott Gini együttható elméleti maximuma ( $f_{y_{\max}}/\Sigma f = 0,1$ esetén)

	A	B	C	D	E	F	G
1			f	1	3,5	4,5	1
2	x	f	y	40	0	0	0
3	40 =C3*B3	1	40	0 =ABS(D\$2-\$C3)*D\$1*\$B3	14 0	180	40
4	0	3,5	0	140	0	0	0
5	0	4,5	0	180	0	0	0
6	0	1	0	40	0	0	0
7	40 =SZUM(A3:A6)	10 =SZUM(B3:B6)	4 =A7/B7	720 =SZUM(D3:G6)			
8		<b>Gini→</b>	<b>0,9</b> =D7/(C7*B7^2*2)				

**Súlyozott átlag számítás lépései:**

1. A oszlop:  $x = y * f$
2. A7 cella: x összeg
3. B7 cella: y összeg
4. C7 cella: súlyozott átlag = x összeg / y összeg

# Példa Gini-indexek használatára: egyenlőtlenségek területi változásának elemzése



- Jövedelmi egyenlőtlenségek Európában a Gini-index alapján, 2005 (Bulgária 2004, Egy. Kir., Horváto., Szlovénia 2003)

Adatok  
forrása:  
Eurostat



# Lorenz-görbe

# Lorenz-görbe

- Koncentráció ábrázolására, egyenlőtlenségek vizuális megjelenítésére alkalmas grafikus ábra
- Max Otto Lorenz, 1905-ben fejlesztette ki
- Egységoldalú négyzetben elhelyezett görbe, amely a kumulált relatív gyakoriságok függvényében ábrázolja a kumulált relatív értékösszeget.
- Ha a vizsgált területegységek között létezik olyan, amely a vizsgált mennyiségi ismerv nagy hányadával rendelkezik, akkor a görbe távolabb esik az átlagtól.

# Súlyozatlan Lorenz-görbe kiszámításának lépései

1. Nem fajlagos adatsort sorrendbe tesszük
2. Nem fajlagos adatsort összegezzük
3. Két kumulált adatsort készítünk
  - Külön oszlopban a felette levő cella értékéhez hozzáadjuk az elemszám reciprokának a 100-szorosát
  - Külön oszlopban a felette levő cella értékéhez hozzáadjuk a vizsgált nem fajlagos adatsor adott sorban lévő elemének %-os részesedését
  - Mindkét kumulált adatsor elejére és végére nullákat írunk
4. Kijelöljük a két kumulált adatsort (0-tól 0-ig) → pont (XY)
5. Általában egy diagramon több Lorenz-görbe is szerepel
  - Másik nem fajlagos adatsor esetében is elvégezzük a számításokat (1–3. lépés)
  - Meglévő görbéhez hozzáadjuk a másik adatsor kumulált értékekeit
  - X értékei: másik görbénél is ugyanazok, ha az elemszám változatlan
  - Y értékei: másik kumulált adatsor

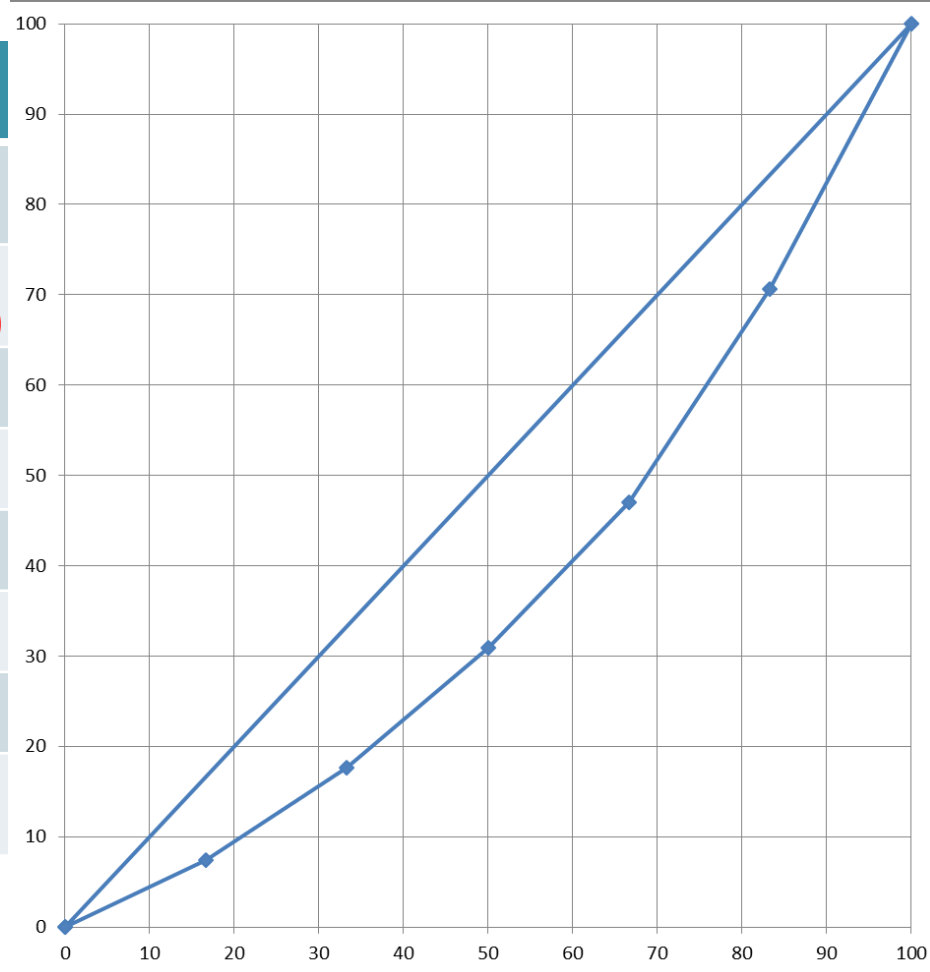


# Súlyozott Lorenz-görbe kiszámításának lépései

1. Fajlagos adatsort sorrendbe tesszük
2. Fajlagos adatsort különbontjuk két nem fajlagos adatsorra (nevező és számláló)
3. Két nem fajlagos adatsort (nevezőt és számlálót) összegezzük
4. Két kumulált adatsort készítünk
  - Külön oszlopban a felette levő cella értékéhez hozzáadjuk a nevező adott sorban lévő elemének %-os részesedését
  - Külön oszlopban a felette levő cella értékéhez hozzáadjuk a számláló adott sorban lévő elemének %-os részesedését
  - Mindkét kumulált adatsor elejére és végére nullákat írunk
5. Kijelöljük a két kumulált adatsort (0-tól 0-ig) → pont (XY)
6. Általában egy diagramon több Lorenz-görbe is szerepel
  - Másik fajlagos adatsor esetében is elvégezzük a számításokat (1–4. lépés)
  - Meglévő görbéhez hozzáadjuk a másik nevező és számláló kumulált értékeiket
  - X értékei: másik kumulált nevező
  - Y értékei: másik kumulált számláló

A	B	C	D
1	$x_i$	0	0
2	5	16,7 (=C1+1/6*100)	7,35 (= D1+B2/B\$8*100)
3	7	33,3	17,65
4	9	50	30,88
5	11	66,7	47,06
6	16	83,3	70,59
7	20	100	100
	<b>68</b>		
8	(=SZUM(B2:B7))	0	0

**A nullák! – Az átló!**

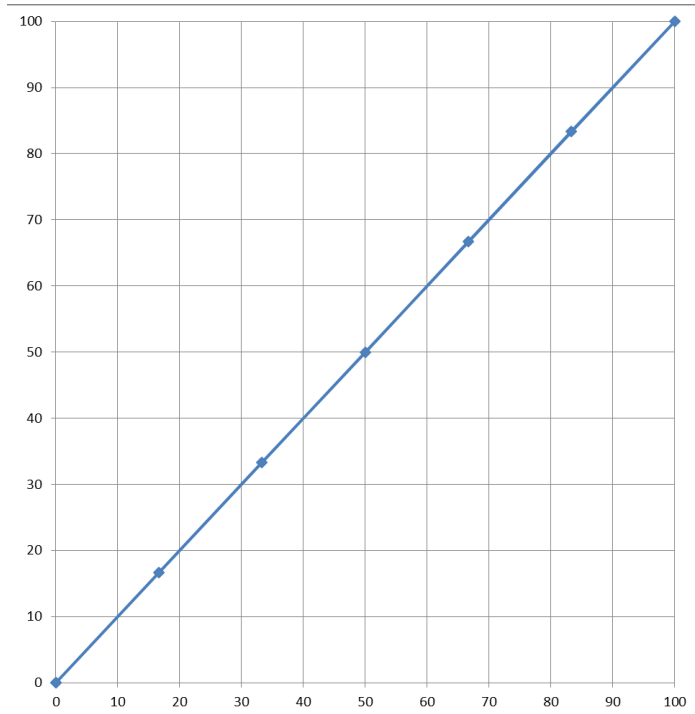
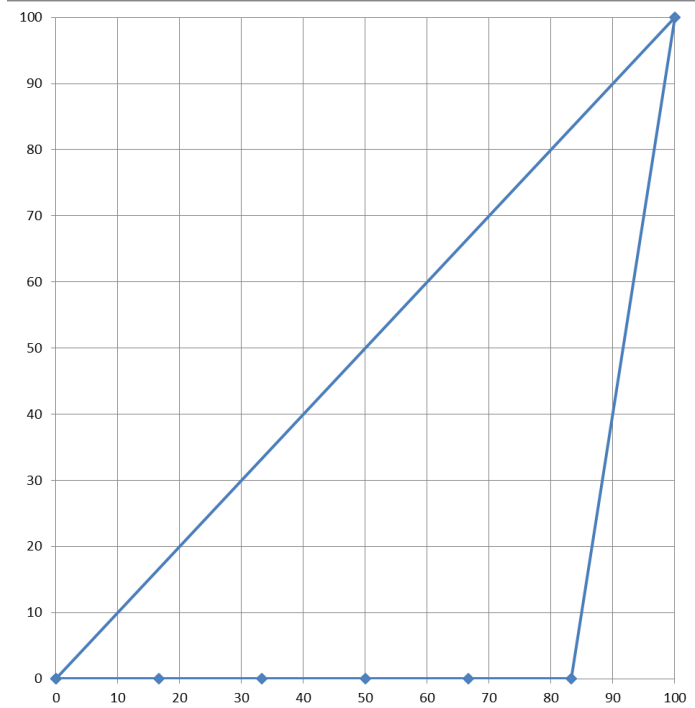


**D oszlop:** A relatív kumulált összeg azt mutatja meg, hogy adott területegység értéke hányad része a sokaságnak

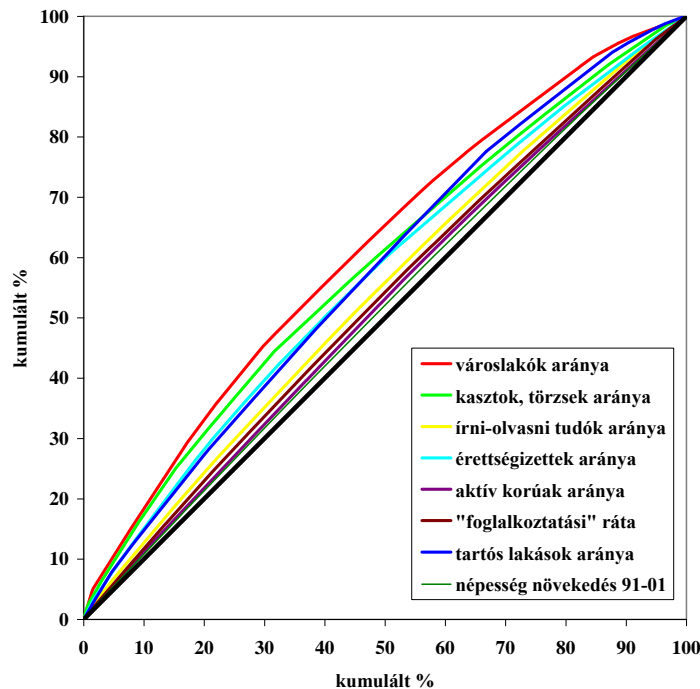
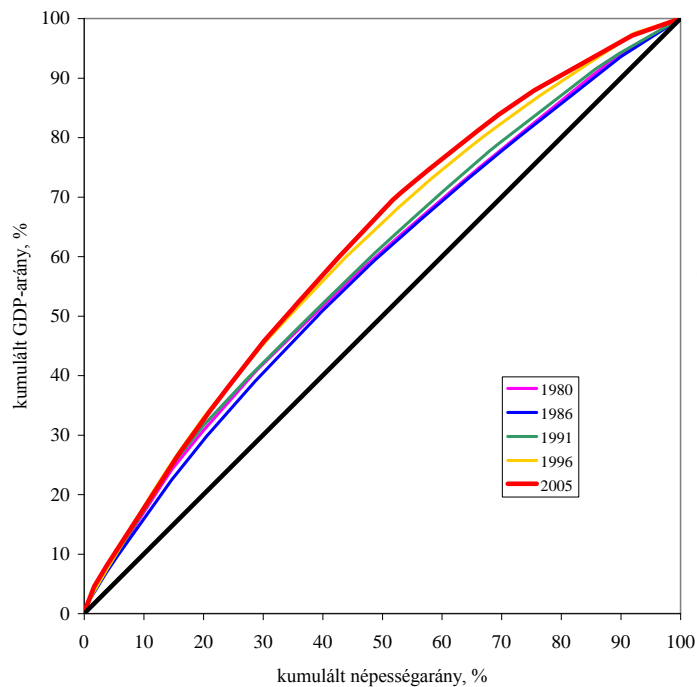
**C: oszlop:** A relatív kumulált gyakoriság pedig azt, hogy adott területegység milyen gyakran fordul elő az adatsorban.

$x_i$	0	0
0	16,7	0,0
0	33,3	0,0
0	50,0	0,0
0	66,7	0,0
0	83,3	0,0
20	100,0	100,0
<b>20</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

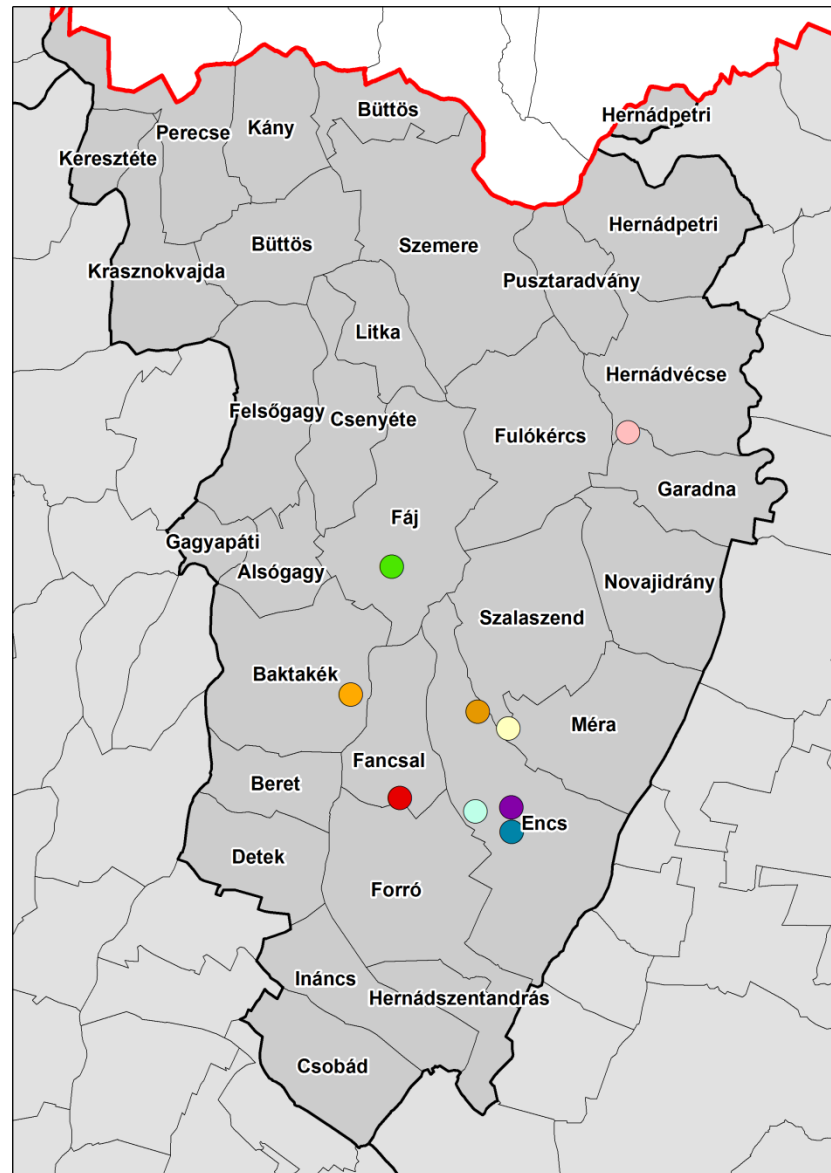
$x_i$	0	0
35	16,7	16,7
35	33,3	33,3
35	50,0	50,0
35	66,7	66,7
35	83,3	83,3
35	100,0	100,0
<b>210</b>	<b>0</b>	<b>0</b>



# Példák a Lorenz görbe használatára

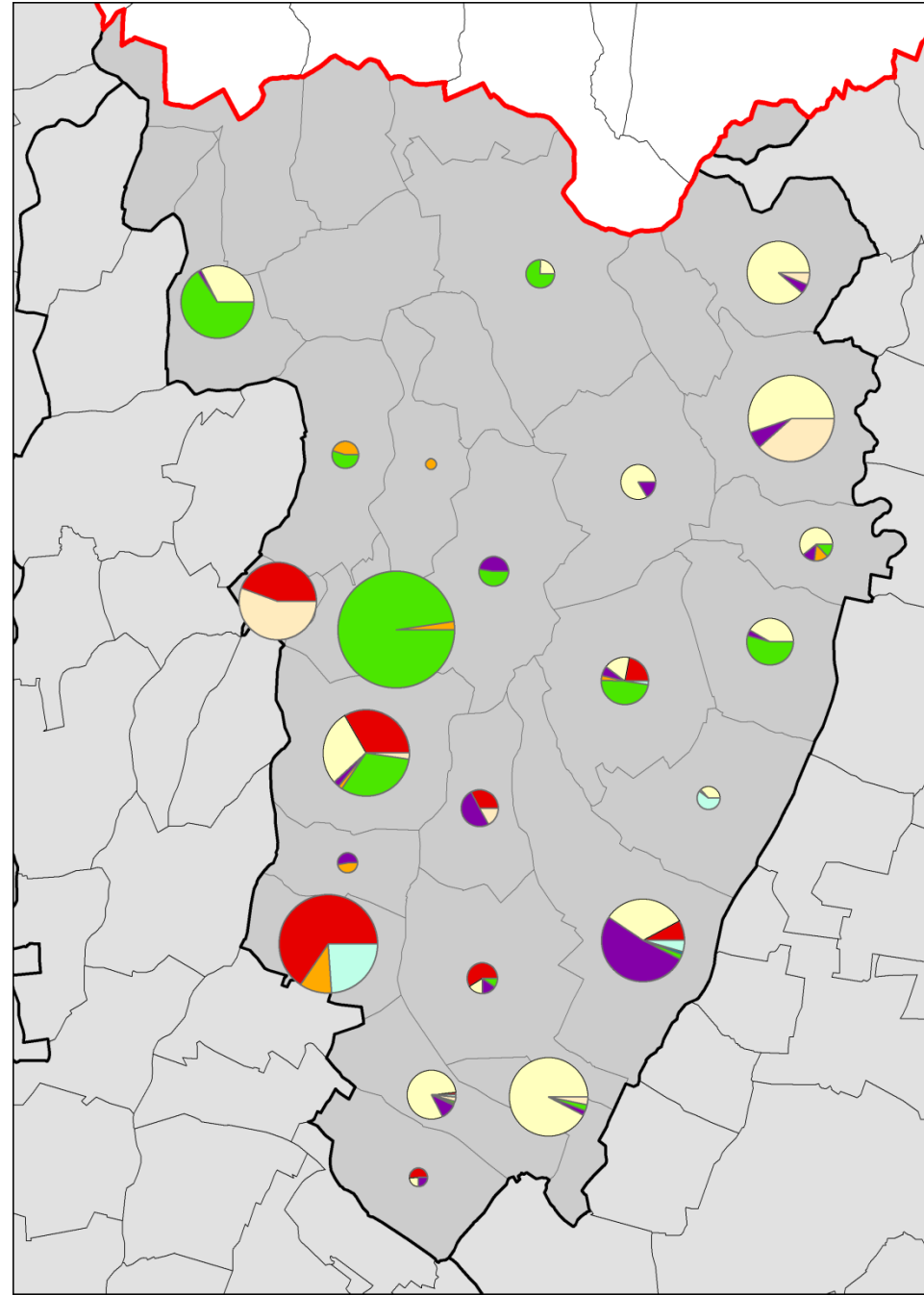


- Időbeli összehasonlítás
  - Az indiai államok között gazdasági különbségek alakulása, 1981–2005
  - Adatforrás: Ministry of Finance
- Dimenziók közötti összehasonlítás
  - A vizsgált társadalmi jelzőszámok állami szintű egyenlőtlenségei Indiában, 2001.
  - Adatforrás: Census of India

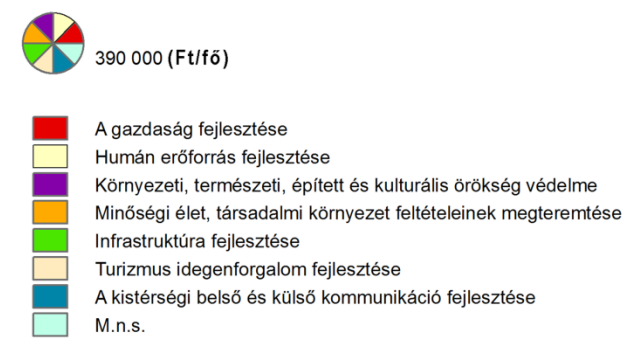


### Megítélt támogatások prioritásonkénti súlypontjai

- Humán erőforrás fejlesztése
- A gazdaság fejlesztése
- Környezeti, természeti, épített és kulturális örökség védelme
- Infrastruktúra fejlesztése
- Minőségi élet, társadalmi környezet feltételeinek megteremtése
- Turizmus idegenforgalom fejlesztése
- A kistérségi belső és külső kommunikáció fejlesztése
- M.n.s.
- Népesség



Támogatások településenkénti megoszlása prioritások szerint (%)





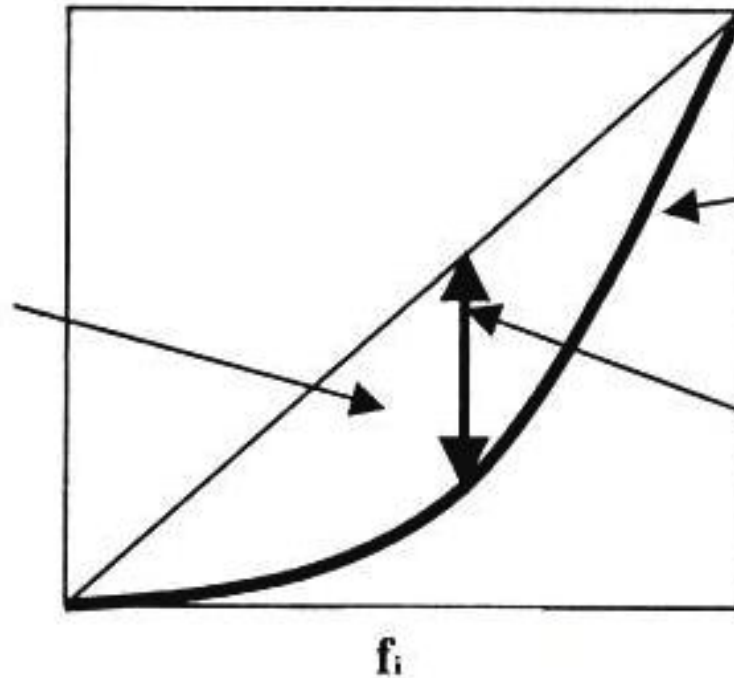


# A Lorenz-görbe, a Hoover-index és a Gini-együttható összefüggése

A Lorenz-görbe, a Hoover-index és a Gini-index grafikus interpretációja és a közöttük lévő kapcsolat

**Gini-index**

(A Lorenz-görbe és az átló közötti terület és a fél négyzet



**Lorenz-görbe**

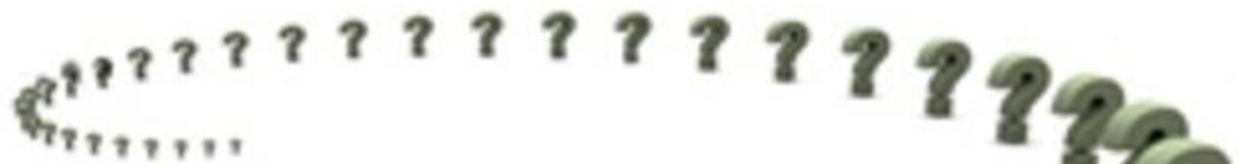
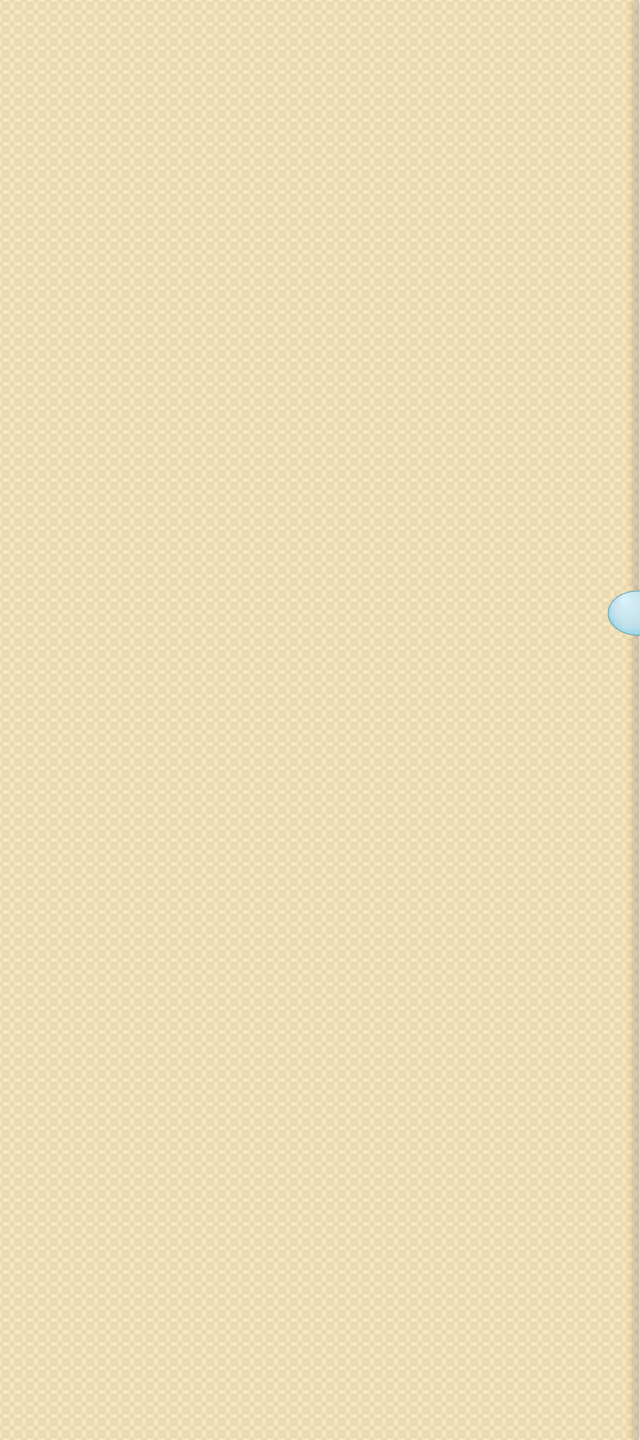
(Az összevetett jellemzőknek az  $x_i/f_i$  arány növekvő sorrendjében kumulált eloszlásgörbéje)

$x_i$

**Hoover-index**

(A Lorenz görbe és az átló közötti maximális függőleges távolság hossza)







Köszönöm a megtisztelő figyelmet!

[varga.agil4@gmail.com](mailto:varga.agil4@gmail.com)